

MATEMATIKA

B változat

Ez a kerettanterv heti 4+4+4+3 órára készült.

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló, rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák

értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódást. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanulók képessé válhatnak a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátjuktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika a lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában történő feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

A felső tagozat matematika kerettantervének B változata azzal a céllal készült, hogy a matematikai kultúra megismertetésére, a természettudományos ismeretek megalapozására már 10 éves életkortól magasabb óraszámokban adjon lehetőséget az átlagosnál érdeklődőbb tanulók számára. A magasabb óraszámot használhatjuk a tananyag elmélyítésére és új tananyagtartalmakkal való megismerkedésre.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, illetve, hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, valamint pl. vegyész, grafikus, szociológus), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

5–6. évfolyam

Az 5–6. évfolyam fontos feladata a biztos számolási készség kialakítása. Támaszkodunk az alsó tagozaton szerzett ismeretekre, fokozatosan bővítjük azt a számkört, amelyben műveleteket végzünk. Számolunk fejben és írásban az egész számok és a racionális számok halmazán, a megszerzett tudást alkalmazzuk a mindennapi életben. Szöveges feladatokat oldunk meg, a hétköznapi és gyakorlati problémákat megfogalmazzuk a matematika nyelvén. A várható eredményekre becsléseket adunk, megoldásunkat ellenőrizzük. A geometria témakörben méréseket, szerkesztéseket végzünk, egyszerű síkbeli és térbeli alakzatokat ismerünk meg. A konkrét tárgyak vizsgálata a térszemlélet fejlesztését jelenti, amely része az esztétikai nevelésnek is. A geometriai transzformációk megismeréséhez tevékenységeken keresztül jutunk el.

Az erre az életkorra jellemző érdeklődést, kíváncsiságot, játékoságot felhasználjuk a megismerési, tanulási folyamatban. Gyakran indulunk ki konkrét tevékenységekből, a tapasztalatok elemzéséből, játékból.

A matematikai gondolkodásmódot fel kell használni a problémamegoldások során. Ehhez szükséges megfelelő szemléltető ábrákat, diagramokat, grafikonokat készíteni, ilyeneket értelmezni, elemezni és felhasználni; halmazokat jellemezni, szabályszerűségeket észrevenni, általánosító sejtéseket, állításokat megfogalmazni, igazságtartalmukat vizsgálni.

Az érvelés, a cáfolás, a vitakészség, a helyes kommunikáció fejlesztése folyamatos feladat. Ehhez szükséges másokkal a problémamegoldásban együttműködni, gondolatainkat, a megismert fogalmakat rendszerezni. A modellalkotás fontos eszköz, amely segítséget nyújt a problémák megoldásában. Fontos, hogy a tanulók a modellalkotásaik során a megértett és megtanult fogalmakat és eljárásokat fel tudják használni és a modellekbe szervesen be tudják építeni. Szükséges, hogy problémahelyzetet leíró szöveg alapján a probléma lényegét felismerjék, majd annak megfelelő, a probléma megoldását elősegítő modelleket alkossanak. Fokozatosan fejlesztjük a matematikai szaknyelv és jelölésrendszer használatát, alkalmazását.

Az értékelés változatos módszereit alkalmazzuk. Ebben az életkorban a legkisebb teljesítményt is észrevesszük, a szóbeli dicséret ösztönző erejére is építünk.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismétlésre 16-16 órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Adott tulajdonságú elemek halmazba rendezése. Halmazba tartozó elemek közös tulajdonságainak felismerése, megnevezése. Annak eldöntése, hogy egy elem beletartozik-e egy adott halmazba. A változás értelmezése egyszerű matematikai tartalmú szövegben. Több, kevesebb, ugyanannyi fogalma. Állítások igazságtartalmának vizsgálata. Néhány elem sorba rendezése, az összes eset megtalálása (próbálgatással).	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Elemek halmazba rendezése több szempont szerint – hétköznapi életből vett példák, illetve matematikai tulajdonságok alapján. A halmazba tartozó és a halmazba nem tartozó elemek vizsgálata – halmaz, alaphalmaz, részhalmaz. Adatok elhelyezése halmazábrában. Vitakultúra fejlesztése: állítások megfogalmazása, igazságtartalmának eldöntése. Néhány elem sorbarendezése, kiválasztása – módszeres próbálgatással.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Halmazok. Halmazok megadása, részhalmaz, két halmaz uniója, metszete. Adott tulajdonság alapján elemeket csoportba foglalunk: példák a mindennapi életből és a számhalmazok területéről. Halmazok megadása elemek felsorolásával. Halmazábra használata. Adott véges halmaz részhalmazainak a felírása. Halmazműveletek elvégzése két véges halmaz esetén.		<i>Informatika:</i> könyvtárszerkezet a számítógépen. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tárgyak kiválasztása.
Matematikai logika. Logikai állítások. Igaz, hamis állítás. És; vagy. Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről. Definíciók megértése, alkalmazása. Állítások igazságtartalmának eldöntése.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat; magyar nyelv és irodalom:</i> tanuljunk érvelni!
Kombinatorika. Sorbarendezések. Kiválasztások. Néhány elem sorba rendezése. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Halmaz, számhalmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet, IGAZ, HAMIS, ÉS, VAGY.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1. Természetes számok	Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Számok írása, olvasása (10 000-es számkör). Helyi érték, alaki érték, valódi érték. Számok helye a számegyenesen. Természetes számok nagyság szerinti összehasonlítása. Matematikai jelek: +, -, •, :, =, <, >, zárójel ismerete, használata. A matematika különböző területein az ésszerű becslés és a kerekítés alkalmazása. Műveletek ellenőrzése. Fejben számolás száz-as számkörben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tízes számrendszer fogalmának elmélyítése. Elemek csoportosítása más számrendszerben is. A számegyenes használata, alkalmas egység megválasztása. A műveletek biztos elvégzésének erősítése – fejben és írásban. Műveleti tulajdonságok felismerése, alkalmazása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A tízes számrendszer.</p> <p>A számfogalom fejlesztése milliós számkörben.</p> <p>Helyi érték, alaki érték ismerete, számok kiolvasása.</p> <p>A számok helyesírásának ismerete.</p> <p>Kapcsolat a kombinatorikával (számok kirakása).</p> <p>Kapcsolat a mindennapi élettel (pénzegységek, mértékegységek átváltása).</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a számírás kialakulása, római számok.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a magyar helyesírás alapelvei.</p>
<p>A számegyenes.</p> <p>Számok összehasonlítása.</p> <p>Számok elhelyezése számegyenesen. Megfelelő beosztás választása.</p> <p>Kerekítés, becslés.</p> <p>A kerekítés szabályainak ismerete.</p>		
<p>Összeadás, kivonás, szorzás.</p> <p>Osztó, többszörös, oszthatóság.</p> <p>Osztás, maradékos osztás.</p> <p>Műveletek elvégzése fejben és írásban.</p> <p>Gyakorlati feladatokban annak felismerése, hogy melyik művelet alkalmazására van szükség.</p> <p>Műveletek ellenőrzése.</p> <p>Az 1 és a 0 a szorzásban és az osztásban.</p> <p>Műveletek tulajdonságai, zárójelek használata, műveletek sorrendje.</p> <p>Műveleti sorrend, ha a kifejezés nem tartalmaz zárójelet.</p> <p>Tagok, tényezők felcserélhetők, csoportosíthatók.</p> <p>Zárójelek szerepének felismerése.</p> <p>Szorzás, osztás 10-zel, 100-zal, 1000-rel.</p> <p>Alkalmazásuk mértékegységek átváltása során.</p>		<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
<p>Számrendszerek.</p> <p>A tízestől különböző számrendszerek kialakítása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> példák tízestől különböző alapú számrendszerekre.</p>		<p><i>Informatika:</i> 2-es számrendszer.</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tíz-es számrendszer, helyi érték, alaki érték, számegyenes, összeadandó, összeg, tag, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, tényező, osztandó, osztó, hányados, maradék, számrendszer.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Egész számok	Órakeret 29 óra
Előzetes tudás	Negatív számok a mindennapi életben – hőmérséklet, adósság.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ellentétes mennyiségek fogalmának mélyítése. Mennyiségi jellemzők kifejezése negatív számokkal. Műveletvégzés az egész számok halmazán. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata az egész számok halmazán.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>A negatív szám. Számkörbővítés: miért van szükségünk egész számokra? Ellentétes mennyiségek ismerete, felfedezése az életünkben. Egy szám ellentettje, abszolút értéke. Nagyobb, kisebb fogalma az egész számok körében. Egész számok a számegyenesen. A számegyenes használata segédeszközként a fogalmak megértésére, a szükséges absztrakció érdekében.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> hőmérséklet, időjárás-jelentés, tengerszint feletti magasság.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> megtakarítás és adósság; időszámítás – i.e.</p>
<p>A derékszögű koordináta-rendszer. I., II., III., IV. síknegyed. Első jelzőszám, második jelzőszám; a jelzőszámok nem cserélhetőek fel. Alkalmazás példákban: színházjegy, sakk, táblázatok.</p>		<p><i>Földrajz:</i> helymeghatározás, térképek.</p>
<p>Egész számok összeadása, kivonása, szorzása, osztása. A műveletek elvégzése előtt a várható eredmény, és előjelének becslése. A kivonás átírható összeadásra. Többtagú kifejezések összevonása. Zárójelek használata, műveleti sorrend. Számítógép használata: gyakorlás a digitális tudásbázis segítségével.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Negatív szám, előjel, ellentett, abszolút érték, koordináta-rendszer, síknegyed, első, második jelzőszám.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Törtek, tizedestörtek, racionális számok	Órakeret 57 óra
Előzetes tudás	Törtek a mindennapi életben: 2, 3, 4, 10, 100 nevezőjű törtek	

	megnevezése, lejegyzése szöveggel, előállítás hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A törtek jelentésének megalapozása, elmélyítése. Számolási készség fejlesztése: törtek többféle alakjának ismerete, műveletvégzés a törtszámok körében. Az ellenőrzés igényének felkeltése, a becslés képességének fejlesztése.
Ismeretek/fejlesztési követelmények	
Kapcsolódási pontok	
<p>A törtek értelmezése. Törtek kétféle értelmezése – felismerés szöveges környezetben. Törtek egyszerűsítése, bővítése. Közönséges tört, vegyes tört. Az egyszerűsítés és a bővítés tudatos alkalmazása. Negatív törtek. Törtek ábrázolása a számegyenesen. Törtek összehasonlítása egyenlő nevezőjű, egyenlő számlálójú törtek esetében.</p>	<p><i>Ének-zene:</i> a hangjegyek értékének és a törtszámoknak a kapcsolata.</p>
<p>Törtek összeadása, kivonása. Közös nevező keresése. Törtek szorzása egész számmal. A reciproknak fogalma. Törtek osztása. Tört szorzása, osztása egész számmal, törtszámmal. Ellenőrzés, becslés. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata, műveleti sorrend.</p>	
<p>A tizedes törtek értelmezése, használata. Tizedes törtek jelentése, kiolvasása, leírása. Helyiérték-táblázat használata. Mértékegységek kifejezése tizedestörtekkel: dm, cl, mm... Tizedes törtek a számegyenesen. Tizedes törtek leolvasása a számegyenesről. Tizedes törtek elhelyezése a számegyenesen. Mérés a milliméter beosztású vonalzóval, mérőszalaggal. Tizedes törtek egyszerűsítése, bővítése. Annak megértése, hogy a tizedes tört végére nullákat írhatunk, illetve a szám végén lévő nullákat elhagyhatjuk. Tizedes törtek összehasonlítása. Számegyenest használva és a szám írott alakja alapján összehasonlítás végezhető. Matematikai jelek használata (<, >, =). Tizedes törtek kerekítése.</p>	
<p>Tizedes törtek összeadása, kivonása. Tizedes törtek szorzása, osztása egész számmal. A műveletek elvégzése fejben kisebb számokon. A műveletek eredményének előzetes becslése, írásbeli elvégzése. Számolás negatív tizedes törtekkel is. A műveletek ellenőrzése.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat:</i> statisztikai adatok, valuták</p>

<p>Tizedes törtek szorzása, osztása 10-zel, 100-zal, 1000-rel... Alkalmazás a mértékegységekkel való számolásban: kerület, terület, űrtartalom, átváltások.</p> <p>Szorzás tizedes törttel. Osztás tizedes törttel. Az átlag kiszámítása. Statisztikai adatok gyűjtése, elemzése. Hány tizedesjegyre számoljunk átlagot? Tört alakban írt szám tizedestört alakja.</p>	<p>átváltása.</p>
<p>Mérés, mértékegységek. Hosszúság, tömeg, idő mérése, mértékegységek. Mérések elvégzése csoportmunkában, együttműködés a társakkal.</p>	<p><i>Természetismeret:</i> mérés, mértékegységek.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Tört, számláló, nevező, közös nevező, reciprokl, tizedes tört, közösleges tört, vegyes tört, racionális szám, egyszerűsítés, bővítés.</p>

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számelmélet, algebra 2.4. Oszthatóság</p>	<p>Órakeret 11 óra</p>
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Osztás, osztó, maradékos osztás.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Az osztó, többszörös fogalmának elmélyítése. Számolási készség fejlesztése.</p>	
<p>Ismeretek/fejlesztési követelmények</p>		<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Osztó, többszörös. Osztók meghatározása, osztópárok, valódi osztók. Osztók, többszörösök halmaza – halmazábra készítése. Táblázat, grafikon az osztók számáról. Oszthatósági szabályok. 2-vel, 4-gyel, 8-cal, 5-tel, 25-tel, 125-tel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság eldöntése a szám végződése alapján. 3-mal, 9-cel való oszthatóság eldöntése a számjegyek összege alapján.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> ciklusok a természetben.</p>
<p>Közös osztók. Közös többszörösök. Közös osztók, közös többszörösök meghatározása konkrét számok esetén. A tanult ismeretek alkalmazása törtek egyszerűsítésére, bővítésére.</p>		
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.5. Arányos következtetések, egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Egyszerű szöveges feladatok megoldása: a szöveg értelmezése, adatok kigyűjtése, megoldási terv készítése, becslés, ellenőrzés, az eredmény realitásának vizsgálata. Jelek, szimbólumok használata összefüggések leírására, az ismeretlen szimbólum kiszámítása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Arányos következtetések. Egyenes és fordított arányosság felismerése. Törtrész, százalékkérték meghatározása. Betűk használata összefüggések leírására. Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása: próbálgatás, következtetés, lebontogatás, mérlegelv – ismerkedés a megoldási módszerekkel. Szövegértés fejlesztése – szöveges feladatok. Az önellenőrzés igényének és képességének fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Két szám aránya. Az arány fogalma – mindennapi életből vett példákon keresztül. Arányos osztás. Szöveges feladatok mennyiségek adott arányban való felosztására. Egyenes arányosság. Fordított arányosság. Táblázatok, grafikonok elemzése arányosság szempontjából.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> vásárlás, takarékoság. <i>Természetismeret:</i> változások a környezetünkben, táblázatok, grafikonok.
Törtrész. A törtrész kiszámítása következtetéssel és törtek használatával. Az egészrész meghatározása. Százalékszámítás: százalékkérték, százalékalap, százalékláb. Százalékszámítás arányos következtetéssel.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> áremelkedés, árengedmény, családi gazdálkodás, takarékoság.
Egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldás, ellenőrzés. Az összefüggések megértése. Alaphalmaz felismerése. Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása próbálgatással, lebontogatással, következtetéssel. A megoldás ábrázolása számegyenesen. Szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata. A kapott eredmény értékelése, ellenőrzése.		
Szöveges feladatok. Adatok meghatározása, terv készítése, becslés, egyenlet, megoldás, válasz, ellenőrzés. Az ismeretlen mennyiség jelölésére kezdetben jel, majd betű használata. A megoldás segítése ábrával.		

Önellenőrzés elvégzése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Arány, arányos osztás, egyenes arányosság, fordított arányosság, törtrész, százalék, egyenlet, azonosság, egyenlőtlenség, alaphalmaz, megoldás.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Sorozatok, függvények	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Szabályfelismerés, szabálykövetés. Növekvő és csökkenő számsorozatok. Összefüggések keresése az egyszerű sorozatok elemei között. A szabály megfogalmazása egyszerű formában, a hiányzó elemek pótlása. Tapasztalati adatok lejegyzése, táblázatba rendezése. Táblázat adatainak értelmezése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A koordináta-rendszer biztonságos használata. Függvényfogalom előkészítése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Sorozatok. Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok készítése. Algoritmusok játékokon keresztül. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>		<i>Technika, életvitel, gyakorlat:</i> osztálynévsor, tornasor.
Koordináta-rendszer, grafikonok. Egyenes arányosság grafikonja. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.		<i>Természetismeret:</i> egyenletes mozgás.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Sorozat, egyenes arányosság, grafikon.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai alapfogalmak	Órakeret 16 óra
Előzetes tudás	Pont, egyenes, görbe vonalak szemléletes fogalma. Párhuzamos és metsző egyenesek. Háromszög, négyzet, téglalap, sokszög felismerése, jellemzőik, előállításuk másolással, hajtogatással, nyírással. Körvonal és körlap. Kocka, téglatest, gömb felismerése a mindennapi életben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tételek fogalmának elmélyítése – környezetünk tárgyainak vizsgálata során. Távolság szemléletes fogalmának kialakítása. Körző, vonalzó, szögmérő használata, szerkesztés. Esztétikai érzék fejlesztése. Sokszögek belső és külső szögeinek mérése, szögek összegének meghatározása. Kör vizsgálata.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Pont, egyenes, sík, félegyenes, szakasz.		<i>Vizuális kultúra: épített</i>

<p>Síkidom, sokszög, oldal, átló. A környezetünkben lévő tárgyakon a vizsgált geometriai fogalmak felismerése.</p> <p>Test, csúcs, él, lap. Testek építése, szemléltetése.</p>	<p>környezet.</p>
<p>Merőleges egyenesek. Párhuzamos egyenesek. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése vonalzóval.</p> <p>Ponthalmazok távolsága. Két pont, pont és egyenes távolsága. Két egyenes távolsága.</p>	
<p>Geometriai szerkesztés. A ceruza, vonalzó, körző használata. Díszítőminták szerkesztése körzővel, vonalzóval.</p>	
<p>A szög. Szögek fajtái. A szög jelölése, betűzése, görög betűk. Nullszög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, homorúszög, teljesszög.</p> <p>Szögmérés szögmérővel. Fok, szögperc, szögmásodperc.</p> <p>Szögmásolás, szögfelezés. Nevezetes szögek szerkesztése.</p>	
<p>Háromszögek: csúcs, belső szög, külső szög. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszögek szögeinek meghatározása méréssel. Hegyeszögű, derékszögű, tompaszögű háromszög. Egyenlőszárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög. Háromszögek szerkesztése.</p> <p>Háromszög-egyenlőtlenség. Geometriai szerkesztőprogram használata.</p>	<p><i>Informatika:</i> programok használata.</p>
<p>Sokszögek. Speciális négyszögek ismerete: négyzet, téglalap, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid. A sokszög belső és külső szögeinek összege.</p>	
<p>Kör. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő. Körív, körcikk, körszelet. A fogalmak felismerése környezetünk tárgyain. Díszítőminták szerkesztése körzővel.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Pont, merőleges egyenes, félegyenes, sík, síkidom, csúcs, él, lap, szög, hegyesszög, derékszög, tompaszög, egyenesszög, nullszög, homorúszög, teljesszög. Sugár, átmérő, húr, szelő, érintő, körív, körcikk, körszelet, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid, hegyesszögű háromszög, derékszögű háromszög, tompaszögű háromszög, egyenlő szárú háromszög, egyenlő oldalú háromszög.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Kerület, terület, felszín, térfogat	Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Hosszúság mérése (egyszerű gyakorlati példák). Négyzet, téglalap kerülete – mérés, számítás, mértékegységek. Négyzet, téglalap területének mérése különféle egységekkel, területlefedéssel. A test és a síkidom közötti különbség megértése. Kocka, téglatest felismerése, létrehozása, jellemzői.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Hosszúság mérésének gyakorlása – mérőeszközök használata, becslés. A kerület meghatározása méréssel és számolással – számolási készség fejlesztése. Mértékegységek használata, átváltása. A térszemlélet fejlesztése: testek hálója; a felszín és a térfogat meghatározása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A kerület mérése, mértékegységei. A téglalap és négyzet kerülete. Adott alakzatok kerületének meghatározása méréssel, számolással. Méterrúd, mérőszalag használata.		
A terület mérése, mértékegységei. A téglalap és négyzet területe Adott alakzatok területének meghatározása – az adott egységgel összehasonlítunk, közelítünk, számolunk. Mérőeszközök használata. A téglatest hálója, felszíne.		<i>Technika, életvitel és gyakorlat: számítások, mérések munkafolyamatok elvégzéséhez.</i> <i>Vizuális kultúra: díszítőminták periodikus ismétlődése.</i>
A térfogat, űrtartalom mérése. Mértékegységek. A téglatest térfogata. Üvegek, üdítős dobozok térfogata.		
Testek építése, ábrázolása. Építőjátékok használata. Térszemlélet fejlesztése.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Felszín, térfogat,-téglatest felszíne, térfogata.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Adott tulajdonságú ponthalmazok	Órakeret 11 óra
Előzetes tudás	A távolság fogalma. Körvonal, körlap. Párhuzamos és merőleges egyenesek rajzolása.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Körző, vonalzó, szögmérő használata. Pontos munkavégzésre nevelés. Esztétikai érzék fejlesztése.	

céljai	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Távolsággal jellemzett ponthalmazok: Adott ponttól adott távolságra lévő pontok halmaza a síkban.	
Háromszög és speciális négyszögek szerkesztése. Körző és vonalzó használata. Törekvés a pontos munkavégzésre.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kör.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.4. Tengelyes tükrözés	Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Tükrös alakzatok és tengelyes szimmetria előállítását hajtogatással, nyírással, rajzzal, színezéssel.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Szimmetria felismerése a természetben, építészetben, művészetben. A tengelyes tükrözés végrehajtása. Alakzatok csoportosítása tengelyes szimmetria szempontjából.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A síktükör képalkotása. A tengelyes tükrözés. Szimmetrikus ábrák, alakzatok készítése. A tükörkép szerkesztése. Tükrözés körzővel, vonalzóval. Tükrözés koordináta-rendszerben. A tengelyes tükrözés tulajdonságai. Pont, egyenes, szög, háromszög, kör képe, irányításváltás.	<i>Vizuális kultúra:</i> szimmetria a természetben, képzőművészetben, építészetben.	
Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése, tulajdonságainak megfogalmazása a szemlélet alapján. Kör. Egyenlő szárú és egyenlő oldalú háromszögek tulajdonságai. Szerkesztési feladatok az egyenlőszárú háromszög tulajdonságai alapján. Tengelyesen szimmetrikus négyszögek: deltoid, rombusz, húrtrapéz, téglalap, négyzet. A kapcsolatok szemléltetése halmazábrával. Szabályos sokszögek.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tengelyes tükrözés, szimmetria, szabályos sokszög.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	Adatgyűjtés, adatok lejegyzése, diagram leolvasása. Valószínűségi játékok, kísérletek, megfigyelések – biztos, lehetetlen, lehet, de nem biztos állítások.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adatok gyűjtése, értelmezése, jellemzése. Valószínűségi játékokon és kísérleteken keresztül a valószínűség fogalmának alapozása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Adatok ábrázolása. Adatok gyűjtése, elemzése. Oszlopdiagram, vonaldiagram, kördiagram elemzése.</p> <p>Átlag. Az átlag kiszámítása, értelmezése.</p>		<p><i>Természetismeret:</i> népesség alakulása, összetétele.</p> <p><i>Technika, életvitel, gyakorlat;</i> <i>természetismeret:</i> láz mérés, lázgörbe.</p>
<p>Valószínűségi játékok. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Esélyek mérlegelése. Adatok tervszerű gyűjtése.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Adat, grafikon, átlag, biztos esemény, lehetetlen esemény.	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazok megadása adott tulajdonság alapján. – Részhalmaz alkotása. – Két véges halmaz uniójának, metszetének megkeresése. – Állítások megfogalmazása a hétköznapi életből és a matematika területéről, állítások igazságtartalmának eldöntése. – Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. – Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel. <p><i>Számelmélet és algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A természetes számok halmaza, a tízes számrendszer ismerete, számok írása, olvasása, összehasonlítása. – Műveletek elvégzése, ellenőrzés, műveleti sorrend ismerete, zárójelek alkalmazása. – Egész számok, negatív számok ismerete, ellentett, abszolútérték meghatározása. – Törtszám, racionális szám fogalmának ismerete, törtekkel végzett műveletek elvégzése. – Számegyenes használata, koordináta-rendszer ismerete. – Mérés a gyakorlatban; mértékegységek (hosszúság, terület, űrtartalom, tömeg, idő), mérőeszközök használata; becslés.
---	---

	<ul style="list-style-type: none"> – Osztó, közös osztók, többszörös, közös többszörösök keresése. Oszthatósági szabályok megfigyelése. – A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel. – A százalék fogalmának megismerése, egyszerű számítási feladatok elvégzése. – Egyszerű egyenletek, egyenlőtlenségek használata. – Egyszerű szöveges feladatok megoldása. <p><i>Sorozatok, függvények</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. – Egyszerű grafikonok értelmezése. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Tételek felismerése környezetünk tárgyain, pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. – Szerkesztések elvégzése, körző, vonalzó használata. Szakasz másolása, szög másolása, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. – Háromszögek, négyszögek, sokszögek tulajdonságainak ismerete. – Kerület és terület mérése, mértékegységeinek ismerete, átváltása. – Téglatest felszínének, térfogatának számítása. – Tengelyes tükrözés végzése, tengelyes szimmetria tulajdonságainak ismerete. <p><i>Statisztika, valószínűség</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. – Néhány szám számítani közepének kiszámítása. – Valószínűségi játékok és kísérletek végzése, az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.
--	---

7–8. évfolyam

Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkodnak. Elméleteket gyártanak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamban egyre inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Algebrai kifejezéseket használunk, egyenleteket oldunk meg. A változó mennyiségek közötti kapcsolatok vizsgálata a függvényfogalomhoz vezet el, grafikonokat rajzolunk. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyeznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mindinkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni.

A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

Kis abszolút értékű egész és tört számok esetében számoljunk fejben is. A zsebszámológép használata akkor jelenjen meg, amikor a tanulók már jól számolnak fejben és írásban.

A geometriai transzformációk vizsgálata a természetben, építészetben megtalálható szimmetriát magyarázza. A geometriai szerkesztések megértését számítógépes szoftver használatával tehetjük érdekesebbé, érthetőbbé. Meghatározzuk testek felszínét, térfogatát, ezzel javítjuk, fejlesztjük a gyerekek térszemléletét. Változatos módszerekkel oldunk meg kombinatorikai feladatokat. Statisztikai adatokat vizsgálunk, egyszerű valószínűségi kísérleteket végzünk. Az esetek szisztematikus összeszámolása tervszerűsége nevelés, egyben erősíti a rendszerező képességet. Figyelhetünk a célszerű stratégia kiválasztására. A sejtések, hibák megbeszélése az érvelés kultúráját alakítja.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reál tantárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reál tantárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel – matematikatörténeti vonatkozásokkal, játékokkal, érdekes feladatokkal – lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák. Ezen kívül számonkérésre és ismétlésre 13-13 órát terveztünk.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 9 óra
Előzetes tudás	Halmaz megadása, részhalmaz, egyesítés, metszet, halmazábra. Logikai állítások – igaz, hamis állítások. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása.	
A tematikai egység	A halmazszemlélet fejlesztése, halmazműveletek alkalmazása.	

nevelési-fejlesztési céljai	A hétköznapi beszédben használt logikai elemek felismerése, helyes használata. Szövegértés; gondolataink lefordítása a matematika nyelvére; érvelés, vitakultúra fejlesztése. Kombinatorikus gondolkodás fejlesztése, tapasztalatszerzés.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Halmazok. Két halmaz különbsége. Komplementer halmaz. Csoportosítás, válogatás különböző szempontok szerint. Számhalmazok és ponthalmazok használata, a halmazműveletek alkalmazása. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor – ismeretek gyűjtése könyvtárból, internetről.</p>		<i>Informatika:</i> információgyűjtés.
<p>Matematikai logika. Logikai állítások és azok tagadása. Van olyan, létezik... Állítás és tagadás a hétköznapi szóhasználatban. Definíció, tétel kimondása. A lényeges és lényegtelen megkülönböztetése. Pontos fogalmazás szóban és írásban</p>		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> kommunikációs helyzetek.
<p>Kombinatorika. Sorbarendezési feladatok. Kiválasztási feladatok. Szemléltetés gráfokkal. A korábban megismert módszerek, stratégiák alkalmazása: szisztematikus próbálkozás, esetek rendszerezése gráffal is. Hatványok használata az eredmény leírására.</p>		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Két halmaz különbsége, komplementer halmaz, gráf.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.1 Racionális számok	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok: természetes, egész, racionális – négy alpművelet elvégzése ezeken a halmazokon. Számegegyenes használata. Műveleti tulajdonságok, zárójelek használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. A mennyiségi jellemzők kifejezése számokkal, a számok értelmezése a valóság mennyiségeivel. A számfogalom elmélyítése: a számegegyenes – a valós számok.	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Műveletek racionális számokkal. A negatív szám és a racionális szám fogalmának elmélyítése.</p>		

<p>Véges, végtelen szakaszos tizedes törtek előállításával. Két egész szám hányadosaként felírható számok. Összevonás gyakorlása a racionális számok halmazában. Szorzás és osztás gyakorlása a racionális számok halmazában. A zárójelek használata, műveletek sorrendje. Műveletek tulajdonságainak felismerése és alkalmazása.</p>	
<p>Hatványozás. A hatvány jelölése: alap, kitevő, hatványérték. Hatványozás azonosságai. Számolás 2, 3, 5, 10 hatványaival – a hatványozás azonosságainak „felfedezése”. Azonos alapú hatványok szorzata, hányadosa. Szorzat, hányados hatványozása. Hatvány hatványozása. A 0 és negatív egész kitevőjű hatvány. Számok normálalakja. Nagy és kis számok írása. Kerekítés, pontosság. A mennyiségek nagyságrendjének becslése.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: a tér, az anyagmennyiség, az idő mértéke normálalakban.</i></p>
<p>Számok négyzete, négyzetgyöke. Négyzetgyök meghatározása számológéppel. Pitagorasz tétele, $\sqrt{2}$ szerkesztése. Racionális számok tizedes tört alakja. Létezik nem racionális szám is. Vannak végtelen nem szakaszos tizedestörtek is. A $\sqrt{2}$, a π irracionális. Valós számok elhelyezése a számegyenesen. Néhány irracionális szám pontos helyének megszerkesztése a számegyenesen.</p>	
<p>Arány, arányosság. Százalékszámítás. Feladatmegoldás: a korábban tanult módszerek elmélyítése.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Racionális szám, véges és végtelen szakaszos tizedes tört, hatványalap, kitevő, normálalak, négyzetgyök, valós szám, arány, százalék.</p>

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.2. Oszthatóság	Órakeret 14 óra
<p>Előzetes tudás</p>	<p>Osztó, többszörös felismerése, meghatározása. Oszthatósági szabályok. Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. Közös osztók, közös többszörösök felismerése kis számok esetében, alkalmazásuk törtekkel végzett műveletekben.</p>	
<p>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</p>	<p>Periodikus jelenségek megfigyelése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös magadása hatványok segítségével.</p>	

Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Osztó, többszörös. Oszthatósági szabályok: Számoljunk a maradékokkal. Összetett oszthatósági szabályok: pl. 6-tal, 12-vel.</p>		<p><i>Fizika; vizuális kultúra:</i> periodikusan ismétlődő jelenségek, minták.</p>
<p>Prímszám, összetett szám, prímtényező felbontás. A prímtényező felbontás megadása hatványok segítségével. Számelméleti alapú játékok. Tökéletes szám. <i>Matematikatörténet:</i> Eratoszthenész szitája. Mersenne, Euler, Fermat- Számelméleti érdekességek (pl. végtelen sok prímszám van, ikerprím-sejtés, tökéletes számok, barátságos számok). Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prímek. A legnagyobb közös osztó, a legkisebb közös többszörös meghatározása. Felhasználás törtek egyszerűsítése, törtek bővítése során.</p>		
<p>Számrendszerek. A hatványjelölés használata a helyiértékes felírásban.</p>		<p><i>Informatika: 2-es számrendszer.</i></p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Osztó, maradék, többszörös, prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, relatív prím, számrendszer.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.3. Algebrai kifejezések	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	<p>Jelek, szimbólumok és betűk használata a beszédben és a matematikai szövegekben található összefüggések leírására.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Szövegértés fejlesztése, betűk, képletek használata. A műveleti tulajdonságok alkalmazása algebrai kifejezésekre.</p>	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Algebrai kifejezések: változó, együttható. Helyettesítési érték. Algebrai egész- és törtkifejezések. Összefüggések leírása algebrai kifejezésekkel – példák a hétköznapi életből és a matematika területéről. Képletek értelmezése.</p>		<p><i>Fizika:</i> definíciók, kölcsönhatások, változások megfogalmazása képletek segítségével.</p>
<p>Egynemű, különemű algebrai kifejezések. Egynemű kifejezések összevonása. Változók, együtthatók felismerése. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei, az arab matematika. Kutatómunka könyvtár, internet használatával.</p>		

Műveletek többtagú egész algebrai kifejezésekkel. Egytagú kifejezés szorzása többtagú kifejezéssel – zárójelfelbontás, előjelszabályok. Többtagú kifejezés szorzattá alakítása kiemeléssel.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Változó, együttható, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás, kiemelés.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra 2.4. Egyenletek, egyenlőtlenségek	Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Egyszerű egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása. A megoldás ábrázolása számegegyenesen. A módszerek alkalmazása egyszerű szöveges feladatokban.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A probléma megfogalmazása a matematika nyelvén. Algebrai átalakítások használata a megoldás során. Ábra, rajz, táblázat alkalmazása az összefüggések szemléltetésére. Az ellenőrzés és becslés igénye – önellenőrzés fejlesztése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
A mérlegelv. Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek algebrai megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Koordináta-rendszer: egyenletmegoldás grafikusan.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, a nyelv logikai elemeinek helyes használata.
Szöveges feladatok. Számok, mennyiségek közötti összefüggések felírása egyenlettel, egyenlőtlenséggel. A megoldás folyamata: adatok lejegyzése, megoldási terv, becslés, ellenőrzés. Típusfeladatok egyszerű példákkal: – számok helyiértékével kapcsolatos feladatok; – geometriai számításokkal kapcsolatos feladatok; – fizikai számításokkal kapcsolatos feladatok; – százalékszámítási feladatok (leértékelés, béremelés, kamatszámítás stb.); – keverési feladatok; – együttes munkavégzéssel kapcsolatos feladatok.		<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> gyakori szövegtípusok megértési stratégiái. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> hitel, betét, kamat, tőke. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a munkafolyamat megtervezése.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, sorozatok		Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Egyszerű grafikonok értelmezése, egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben. Egyenesen arányos mennyiségek.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Függvények megadása, jellemzése; a mindennapi életből vett kapcsolatok leírása függvényekkel; néhány függvénytípus megfigyelése, használata.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
<p>Hozzárendelés megadása. Táblázat, grafikon használata. Példák egyértelmű, többértelmű hozzárendelésekre.</p> <p>Függvények értelmezése. Az alapfogalmak felismerése, alkalmazása gyakorlati problémákban. Grafikonról való leolvasás.</p>			
<p>Az egyenes arányosság és grafikonja. Lineáris függvény: – elsőfokú függvény, – nulladfokú függvény. A lineáris függvény meredeksége. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedeztetése.</p>		<i>Fizika; kémia:</i> egyenesen arányos mennyiségek.	
Fordított arányosság: $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($x \neq 0$)			
<p>Az abszolútérték-függvény: $x \mapsto x$. A másodfokú függvény: $x \mapsto x^2$. Számítógép használata függvények ábrázolására.</p>			
<p>Függvénytranszformációk. Az abszolútérték- és a másodfokú függvény transzformációja egyszerű esetekben: x tengely menti eltolás, y tengely menti eltolás, x tengelyre vonatkozó tükrözés. <i>Matematikatörténet:</i> René Descartes.</p>		<i>Informatika:</i> számítógépes program használata függvények ábrázolására.	
<p>Sorozatok vizsgálata. A sorozat mint speciális függvény. Sorozatok készítése, vizsgálata. A számtani sorozat. A számtani sorozat megadása az első taggal és a differenciával. Az első n tag összegének kiszámítása Gauss-módszerrel.</p>			
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Hozzárendelés, függvény, értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, egyenes arányosság, fordított arányosság, sorozat, számtani sorozat, differencia.</p> <p>Függvénytranszformáció, lineáris függvény, elsőfokú függvény, nulladfokú függvény, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.1. Geometriai transzformációk		Órakeret 25 óra
Előzetes tudás	Tengelyes tükrözés. tengelyesen szimmetrikus alakzatok, háromszögek, négyszögek, szabályos sokszögek, kör. Szimmetrikus ábrák rajzolása, szerkesztése, szimmetrikus alakzatok építése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Geometriai transzformációk megadása és elvégzése változatos szabállyal. A transzformációk tulajdonságainak felismerése. Egybevágóság és hasonlóság felismerése környezetünkben, esztétikai érzék fejlesztése.		
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok	
<p>Egybevágósági transzformációk szerkesztése:</p> <ul style="list-style-type: none"> – tengelyes tükrözés; – középpontos tükrözés; – eltolás. <p style="padding-left: 20px;">A transzformációk elvégzése körzővel, vonalzóval. A transzformációk tulajdonságainak felismerése.</p> <p>A vektor – irányított szakasz. Távolságtartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.</p>		<p><i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram.</p>	
<p>Párhuzamos szárú szögek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – egyállású szögek, – társszögek, – mellékszögek. <p>Fordított állású szögek:</p> <ul style="list-style-type: none"> – csúcpszögek, – váltószögek. <p>Merőleges szárú szögek. A szögpárok felismerése. Szögmérés gyakorlása.</p>			
<p>Az egybevágóság szemléletes fogalma. A háromszögek egybevágóságának vizsgálata. <i>Matematikatörténet:</i> Euklidész; Bolyai Farkas, Bolyai János.</p>			
<p>Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Középpontosan szimmetrikus alakzatok. Szimmetrián alapuló játékok. Szimmetrikus alakzatok felismerése, szerkesztése. Szimmetrikus alakzatok, sokszögek csoportosítása, halmazábra készítése.</p>		<p><i>Vizuális kultúra:</i> díszítőminták.</p> <p><i>Hon- és népismeret:</i> népművészeti alkotások.</p>	
<p>Középpontos nagyítás, kicsinyítés elvégzése. A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felismerése: aránytartás, szögtartás, alakzat és képének irányítása.</p>		<p><i>Földrajz:</i> térképi ábrázolás.</p> <p><i>Fizika:</i> lencsék képzése, nagyítás.</p>	

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás, vektor, egyállású szög, váltószög, csúcsszög, egybevágóság, kicsinyítés, nagyítás.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.2. Síkgeometria	Órakeret 28 óra
Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedésük, szögük. A háromszög belső és külső szögeinek összege. Háromszög-egyenlőtlenség. Sokszögek, csúcs, oldal, átlók, belső és külső szögek. Geometriai szerkesztés, körző, vonalzó, szögmérő használata.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Négyzetek csoportosítása különböző szempontok alapján. Az igény felkeltése az állítások megsejtésére, megfogalmazására, bizonyítására. Számítási feladatok elvégzése a geometria területéről – a lépések átgondolása, megtervezése.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
<p>Nevezetes ponthalmazok: egy szakasz két végpontjától, egy szög két szárától egyenlő távol lévő pontok halmaza a síkban.</p> <p>Szerkesztési feladatok: a háromszög oldalfelező merőlegesei, szögfelezői.</p> <p>Állítások megsejtése, kimondása szerkesztési tapasztalatok alapján.</p>		
<p>Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei.</p> <p>Oldalfelező merőlegesek – a háromszög köré írható kör.</p> <p>Szögfelezők – a háromszög beírható köre.</p> <p>Magasságok – magasságpont.</p> <p>Súlyvonalak – súlypont.</p> <p>Középvonalak.</p> <p>Speciális négyszögek definíciója, tulajdonságai, nevezetes vonalai, szerkesztése.</p> <p>Paralelogramma, rombusz, trapéz, húrtrapéz, deltoid.</p> <p>Sokszögek.</p> <p>Belső és külső szögek összege.</p> <p>Átlók száma.</p>		<i>Informatika:</i> geometriai szerkesztőprogram használata.
<p>Pitagorasz tétele.</p> <p>Számítási és egyszerű bizonyítási feladatok.</p> <p>Thalész tétele.</p> <p>A kör érintői.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz és Thalész.</p>		
<p>Mérés.</p> <p>Mértékegységek.</p> <p>Hosszúság, terület, idő, űrtartalom mérése.</p> <p>Mértékegységek átváltásának gyakorlása.</p>		
<p>Háromszögek, speciális négyszögek kerülete, területe.</p> <p>A paralelogramma, rombusz, háromszög, trapéz, deltoid kerülete,</p>		

területe.	
A kör és részei. A kör kerülete, területe. A kerület közelítése méréssel. A terület közelítése átdarabolással. Körív hossza. Körcikk területe. Arányossági következtetések.	<i>Vizuális kultúra:</i> a kör mint díszítő elem.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szögfelező, oldalfelező merőleges, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, szakaszfelező merőleges, körülírt kör, beírt kör, kerület, terület, mértékegység.

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria 4.3. Térgometria	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Térelemek, kölcsönös helyzetük. Testek építése, szemléltetése, csúcs, él, lap, átló fogalma. Testek felismerése a környezetünkben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A térszemlélet továbbfejlesztése: a térelemekhez kapcsolódó fogalmak elmélyítése; egyenes hasáb, henger, tetraéder, gúla, kúp, gömb leírása, jellemzőinek mérése; felszín-, térfogat-számítási problémák megoldása.	
Ismeretek/fejlesztési követelmények		Kapcsolódási pontok
Sokszöglapokkal határolt testek. Környezetünk tárgyainak megfigyelése. Egyenes hasáb – alaplappal, oldallappal, alapél, oldalél, magasság, lapátló, testátló. Kocka, négyzetes oszlop, téglatest.		
Felszín, térfogat. Egyenes hasáb hálójának, felszínének, térfogatának. Egyenes henger hálójának, felszínének, térfogatának. Gúla hálójának, felszínének, térfogatának.		<i>Vizuális kultúra:</i> építészeti formák.
A kúp. Kúp származtatása, alaplappal, alkotó, palást. Egyenes körkúp felszínének, térfogatának. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.		
A gömb. A gömb felszínének, térfogatának. Képlet ismerete pontos levezetés nélkül.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Alaplappal, oldalél, lapátló, testátló, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Adatok gyűjtése. Grafikonok elemzése. Átlag. Valószínűségi játékok.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Adathalmazok elemzése, értelmezése, ábrázolásuk. A valószínűség meghatározása egyszerű esetekben.	
	Ismeretek/fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	Adatok gyűjtése, elemzése, becslés. Táblázat, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram. Adathalmazok szemléltetése táblázat és diagramok segítségével. A célszerű diagram típusának kiválasztása. Középértékek (számtani közép, módusz, medián) számolása, megállapítása. A középértékek segítségével az adatok elemzése, következtetések levonása.	<i>Informatika:</i> táblázatos adattárolás, grafikus adatábrázolás.
	Gyakoriság, relatív gyakoriság. A relatív gyakoriság számolása. Mire lehet következtetni a relatív gyakoriságból?	
	A valószínűség szemléletes fogalma. A valószínűség kiszámítása egyszerűbb esetekben – a valószínűség klasszikus modellje.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Táblázat, diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, középérték, módusz, medián.	

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok (természetes, egész, racionális) ismerete. – A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságtartalmának eldöntése, állítások tagadása. – Egyszerű sorbarendezési, leszámllálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének elmondása, leírása. <p><i>Számelmélet, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Az egész számok és a racionális számok fogalmának ismerete, alpműveletek helyes sorrendű elvégzése. – Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Számolás normálalakkal. – Az egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása. – Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata. – Algebrai egész kifejezések összevonása, szorzása. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek használata. Szöveges feladatok értelmezése, összefüggések lefordítása a matematika nyelvére.
---	--

Függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete, grafikonról való leolvasása.
- A lineáris függvény, az abszolútérték függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása (eltolás, tükrözés az x tengelyre.).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- A számtani sorozat felismerése.

Geometria

- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.
- Háromszög-szerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztések elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság felismerése, tulajdonságainak ismerete. Egybevágó és hasonló alakzatok felismerése.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete. Speciális négyszögek nevezetes vonalainak ismerete.
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel egyszerű alkalmazásai.
- A vektor fogalmának ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, meghatározása méréssel, számolással. Mértékegységek ismerete, átváltása.
- Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok, valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszínének és térfogatának számítása. Mértékegységek ismerete, átváltása. A forgáskúp, a gömb felismerése. Térsemlélet fejlődése.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása.
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.